Corrigé Partiel Octobre 2026

1

1) $C_3 = C_1 + C_2$

2) Notons $A = (C_1\ C_2\ C_3) \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$

On veut résoudre $AX = 0$ avec $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$

Par def du produit matriciel on a :

$AX = 0 \iff x_1 C_1 + x_2 C_2 + x_3 C_3 = 0$

Donc $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ est solut°.

2 $M_1(t) = (-1+3t,\ t)$ $t \in \mathbb{R}$ de la plan

$M_2(t) = (3t+2,\ -2t+1)$ — —

1) $\begin{matrix} x - 3y + 1 = 0 \\ 2x + 3y - 7 = 0 \end{matrix} \iff \begin{matrix} x - 3y = -1 \\ L_2 \leftarrow L_2 - 2L_1 \end{matrix} \begin{cases} x - 3y = -1 \\ 9y = 9 \end{cases}$

$\iff \begin{cases} y = 1 \\ x = 3y - 1 = 2 \end{cases}$

2) On a :

$(x, y) \in D_1 \iff \exists t \begin{cases} y = t \\ x = 3t - 1 = 3y - 1 \end{cases}$

Donc $x - 3y = -1$

Réciproquement si $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ est tq $x - 3y = -1$

On pose $t = y$ et on a :

$$x = 3y - 1 = 3t - 1$$

donc $(x, y) \in D_1$ donc une équation pour D_1 est : $\boxed{3y = x + 1}$

3) De même

$$(x, y) \in D_2 \iff \exists t \in \mathbb{R} \begin{cases} x = 3t + 2 \\ y = -2t + 1 \end{cases}$$

On veut éliminer le paramètre t donc on calcule :

$$2x + 3y = 6t + 4 - 6t + 3 = 7$$

Donc une eq cartésienne est : $\boxed{2x + 3y = 7}$

4) $(x, y) \in D_1 \cap D_2 \iff \begin{cases} x - 3y + 1 = 0 \\ 2x + 3y - 7 = 0 \end{cases}$

$$\iff \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

par 1)

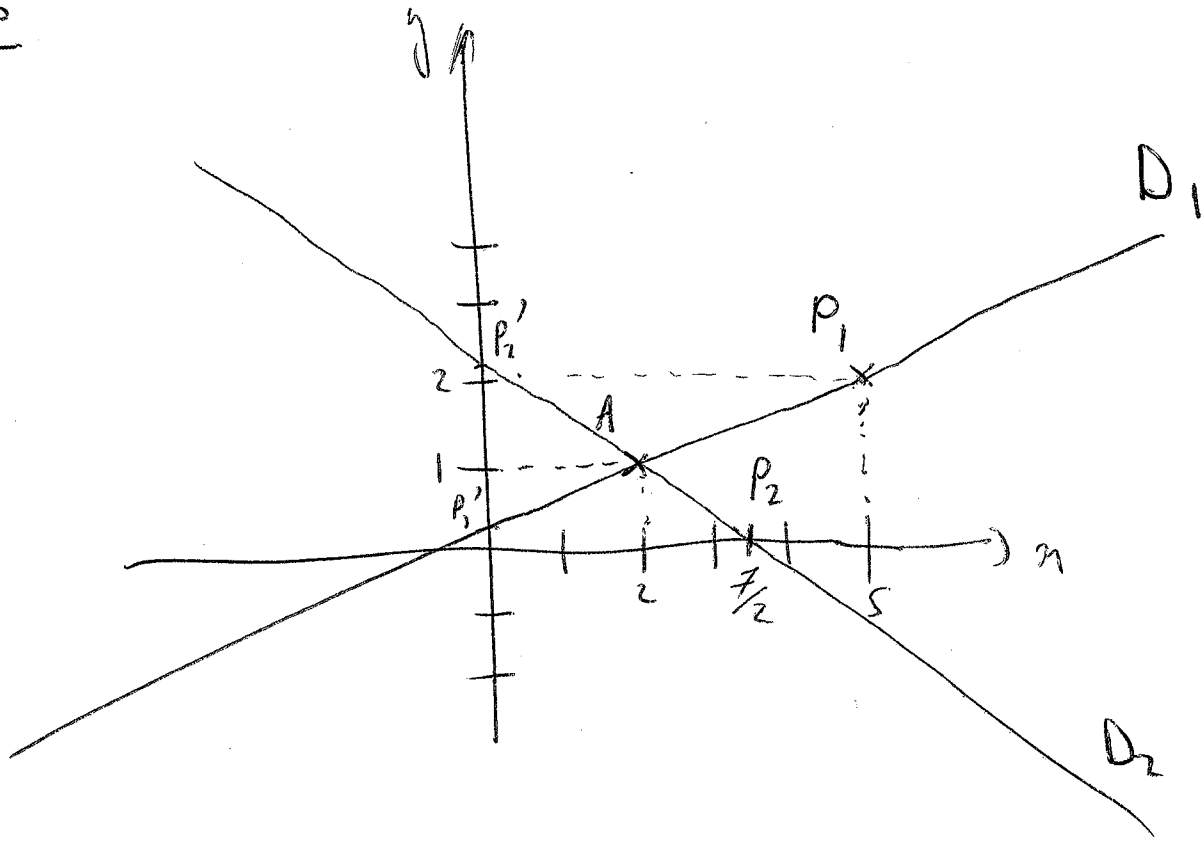
Donc $D_1 \cap D_2 = \{(2, 1)\}$. $A = (2, 1)$

5) $\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\vec{v}_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$

$P_1 = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$ $P_2 = \begin{pmatrix} 7/2 \\ 0 \end{pmatrix}$

$P_1' = \begin{pmatrix} 0 \\ 1/3 \end{pmatrix}$ $P_2' = \begin{pmatrix} 0 \\ 7/3 \end{pmatrix}$

2.6



(3) On note (⋆) le système.

$$(\star) \iff \begin{cases} x + 2y + 4z = -2 \\ y + 5z = 2 \\ 8z = 9\lambda - 4 \end{cases} \quad L_3 \leftarrow L_3 + 2L_1$$

$\Rightarrow$ unique solut° pour $\forall \lambda \in \mathbb{R}$.

(4) 1) P_1 et P_2 ne sont pas // car on ne peut pas mettre les coeff de l'un aux coeff de l'autre droite contrairement

P_2 $x + y + z = 5$ (sur le coeff x il faudrait multiplier par 3;

P_1 $3x + 2y + z = 6$ sur ——— z ——— par 1)

4.2

$$(x,y,z) \in P_1 \cap P_2 \iff \begin{cases} x+y+z=5 \\ 3x+2y+z=6 \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} x+y+z=5 \\ -y-2z=-9 \end{cases} \quad L_2 \leftarrow L_2 - 3L_1$$

$$\iff y=-2z+9$$

$$x=-y-z+5=z-4$$

Un paramétrage est donc donné, en posant $t=z$ par :

$$(t-4,-2t+9,t) \quad t \in \mathbb{R}$$

4.3

$$\Delta : N(t)=(2+t,1+t,1-2t), \quad t \in \mathbb{R}$$

$$(x,y,z) \in P_1 \cap \Delta \iff \begin{cases} 3x+2y+z=6 \\ x=2+t \quad y=1+t, \ z=1-2t \text{ pour un certain } t \in \mathbb{R}. \end{cases}$$

$$\iff \exists t \in \mathbb{R} \ (x,y,z)=(2+t,1+t,1-2t)$$

$$\begin{cases} (6+3t)+(2+2t)+(1-2t)=6 \quad (*) \end{cases}$$

or $(*) \iff 3t=-3 \iff t=-1$

Donc $\boxed{(x,y,z) \in P_1 \cap \Delta \iff (x,y,z)=(1,0,3)}$

4.

$(x,y,z) \in P_2 \cap \Delta \iff \exists t \in \mathbb{R}$ $\begin{cases} (x,y,z) = (2+t, 1+t, 1-2t) \\ x+y+z = 5 \end{cases}$

$\iff \exists t \in \mathbb{R}$ $\begin{cases} (x,y,z) = (2+t, 1+t, 1-2t) \\ 4+t+t-2t = 5 \end{cases}$

$\Rightarrow 4 = 5$ impossible.

Donc $\boxed{P_2 \cap \Delta = \phi}$

5 $M_\lambda(t) = (3+2t, 4+(\lambda-1)t)$ $t \in \mathbb{R}$ de le plan.

5.1) On cherche une relation entre x et y en "supprimant" le paramètre t. On calcule donc :

$(\lambda-1)x - 2y = 3(\lambda-1) + 2(\lambda-1)t - 8 - 2(\lambda-1)t$

$= 3(\lambda-1) - 8$

Donc $\boxed{y = \frac{\lambda-1}{2}x + \left(4 - 3\frac{\lambda-1}{2}\right)}$ est l'éq réduite de D_λ.

5.2 $A \in D_\lambda \iff \begin{cases} x = 7 \\ \frac{\lambda-1}{2} \times 7 + 4 - 3\frac{\lambda-1}{2} = -4 \ (*) \end{cases}$

$(*) \Leftrightarrow 7\lambda - 7 + 8 - 3\lambda + 3 = -8$

$\Leftrightarrow 4\lambda = -12 \Leftrightarrow \lambda = -3$

Donc si $A \in D_\lambda$ alors $\lambda = -3$.

Réciproquement en posant $\lambda = -3$ on calcule

$$\frac{\lambda - 1}{2} \times 7 + \left(4 - 3\frac{\lambda - 1}{2}\right) = -14 + 4 - 3 \times -2$$
$$= -4$$

Donc $A \in D_\lambda$.

Finalement $\boxed{A \in D_\lambda \Leftrightarrow \lambda = -3}$