Université Paris-Saclay **OLMA 102, 2026/2027**

Partiel du 19 octobre 2026, 8h30-10h30

Exercice 1 (3 points) Soit, dans $\mathbb{R}^3$, $C_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \\ -3 \end{pmatrix}$, $C_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$, $C_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ -4 \\ -4 \end{pmatrix}$.

1. Exprimer C_3 en fonction de C_2 et C_1.
2. Trouver, en justifiant, un vecteur $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$, solution du système :

$$\begin{cases} 2x & + & 3y & + & 5z & = & 0 \\ -5x & + & y & - & 4z & = & 0 \\ -3x & - & y & - & 4z & = & 0 \end{cases}$$

Exercice 2 (7 points) On note dans le plan, D_1 la droite paramétrée par

$$M_1(t) = (-1 + 3t, t), \quad \text{avec } t \in \mathbb{R},$$

et on considère de même D_2 la droité paramétrée par

$$M_2(t) = (3t + 2, -2t + 1), \quad \text{avec } t \in \mathbb{R}.$$

1. Résoudre le système suivant en les inconnues x, y :

$$\begin{cases} x & - & 3y & + & 1 & = & 0 \\ 2x & + & 3y & - & 7 & = & 0 \end{cases}$$

   On notera $A = (x, y) \in \mathbb{R}^2$ l'unique point solution du système.
2. Déterminer une équation cartésienne de D_1.
3. Déterminer une équation cartésienne de D_2.
4. Déterminer l'intersection $D_1 \cap D_2$.
5. Donner des vecteurs directeurs v_1 de D_1 et v_2 de D_2 ainsi que deux points P_1 sur D_1 et P_2 sur D_2 avec P_1 et P_2 distincts de A.
6. En faisant un dessin soigneux, représenter les droites D_1 et D_2 ainsi que le point A.

Exercice 3 (2 points) Soit $\lambda \in \mathbb{R}$ un réel fixé. Le système suivant admet-il des solutions ? (On justifiera et on pourra discuter selon la valeur de λ.)

$$\begin{cases} x & + & 2y & + & 4z & = & -2 \\ & & y & + & 5z & = & 2 \\ -2x & - & 4y & & & = & 9\lambda \end{cases}$$

Exercice 4 (5 points) Dans l'espace $\mathbb{R}^3$, on note $\mathcal{P}_1$ le plan d'équation $3x+2y+z=6$ et on note $\mathcal{P}_2$ le plan d'équation $x+y+z=5$. On note enfin Δ la droite de paramétrage $N(t)=(2+t,1+t,1-2t)$, pour $t\in\mathbb{R}$.

1. Les plans $\mathcal{P}_1$ et $\mathcal{P}_2$ sont ils parallèles (on justifiera) ?
2. Déterminer un paramétrage de l'intersection $\mathcal{P}_1\cap\mathcal{P}_2$.
3. Déterminer l'intersection $\mathcal{P}_1\cap\Delta$.
4. Déterminer l'intersection $\mathcal{P}_2\cap\Delta$.

Exercice 5 (3 points) Soit $\lambda\in\mathbb{R}$. On note D_λ la droite du plan donnée par le paramétrage

$$M_\lambda(t)=(3+2t,4+(\lambda-1)t),\quad t\in\mathbb{R}.$$

1. Déterminer l'équation réduite de la droite D_λ.
2. Pour quelle(s) valeur(s) de λ le point $A=(7,-4)$ est il sur la droite D_λ ?