

Test de mathématiques n° 2 - A préparer en vue du contrôle continu du 25 octobre

1. L'expression suivante est un développement limité à l'ordre 1 en $(0, 0)$

$$\log(y + \cos(x)) = y - \frac{1}{2}x^2 + \sqrt{x^2 + y^2}\epsilon(x, y).$$

2. Soit f une fonction définie sur $\mathbf{R}^2$. On suppose que f s'annule le long de l'axe Ox . Alors le gradient ∇f en tout point de l'axe Ox est dirigé suivant Ox .

3. Soit f une fonction définie sur $\mathbf{R}^2$, à valeurs réelles. Soit g une fonction de $\mathbf{R}$ dans $\mathbf{R}$. Soit $P = (x, y)$ un point de $\mathbf{R}^2$. Si la dérivée de g s'annule en $f(P)$, le gradient de la fonction composée $g \circ f$ s'annule en P .

4. Soit f une fonction définie sur $\mathbf{R}^2$. Soit $F : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}^2$ l'application définie par $F(x, y) = (f(x, y), f(x, y)^2)$. Alors le déterminant de la matrice jacobienne de F est nul.

5. L'expression suivante est un développement limité à l'ordre 2 en $(0, 0)$

$$\log(y + \cos(x)) = y - \frac{1}{2}(x^2 + y^2) + (x^2 + y^2)\epsilon(x, y).$$

6. Le développement limité suivant montre que la fonction définie sur $\mathbf{R}^2$ par $f(x, y) = (1 + x + x^2)(2 - y)^2 + 4y - 2x$ atteint un minimum local en $(x, y) = (0, 0)$

$$(1 + x + x^2)(2 - y)^2 + 4y - 2x = 2 + 2x + 2x^2 - 4xy + y^2 + (x^2 + y^2)\epsilon(x, y).$$

7. La courbe paramétrée par $t \mapsto \left(\frac{t^2 + 2t + 1}{t^3 + 3t^2 + 3t + 1} \right)$ présente un point singulier en $t = -1$.

8. La courbe paramétrée par $t \mapsto \left(\frac{t^2}{t^3 - 3t^2 + 3t - 1} \right)$ présente un point singulier en $t = 1$.

9. La courbe paramétrée par $t \mapsto \left(\frac{t^2}{t^3 - 3t^2 - 1} \right)$ présente un point de rebroussement de première espèce en $t = 0$.

10. La courbe paramétrée par $t \mapsto \left(\frac{t^3}{t^5 - 3t^3 - 1} \right)$ présente un point d'inflexion en $t = 0$.

11. La courbe paramétrée par $t \mapsto \left(\frac{t^3}{t^3 - 1} \right)$ possède une asymptote.

12. La courbe paramétrée par $t \mapsto \left(\frac{t^3}{t^3 + 3t - 1} \right)$ possède une asymptote.

13. La courbe paramétrée par $t \mapsto \left(\frac{t^3}{t^3 + 3t - 1} \right)$ possède une direction asymptotique.