

Test de mathématiques n° 3 - A préparer en vue du contrôle continu du 5 novembre

Répondre par OUI ou NON et justifier votre réponse par une démonstration ou un résultat du cours énoncé de façon précise, ou un contre-exemple.

1. La courbe paramétrée par $t \mapsto \begin{pmatrix} t^2 + 2t + 1 \\ t^3 + 3t^2 + 3t + 1 \end{pmatrix}$ présente un point singulier en $t = -1$.
2. La courbe paramétrée par $t \mapsto \begin{pmatrix} t^2 \\ t^3 - 3t^2 + 3t - 1 \end{pmatrix}$ présente un point singulier en $t = 1$.
3. La courbe paramétrée par $t \mapsto \begin{pmatrix} t^2 \\ t^3 - 3t^2 - 1 \end{pmatrix}$ présente un point de rebroussement de première espèce en $t = 0$.
4. La courbe paramétrée par $t \mapsto \begin{pmatrix} t^3 \\ t^5 - 3t^3 - 1 \end{pmatrix}$ présente un point d'inflexion en $t = 0$.
5. La courbe paramétrée par $t \mapsto \begin{pmatrix} t^3 \\ t^3 - 1 \end{pmatrix}$ possède une asymptote.
6. La courbe paramétrée par $t \mapsto \begin{pmatrix} t^3 \\ t^3 + 3t - 1 \end{pmatrix}$ possède une asymptote.
7. La courbe paramétrée par $t \mapsto \begin{pmatrix} t^3 \\ t^3 + 3t - 1 \end{pmatrix}$ possède une direction asymptotique.
8. Le champ de vecteurs représenté ci-dessous peut être défini sur $\mathbf{R}^2$ par $w(x, y) = \begin{pmatrix} x \\ 0 \end{pmatrix}$.
9. Soit c une courbe paramétrée dans le plan. Soit $\bar{c}$ la courbe c parcourue en sens inverse. Alors $\text{longueur}(\bar{c}) = -\text{longueur}(c)$.
10. Soit w un champ de vecteurs et c une courbe paramétrée dans le plan. Soit $\bar{c}$ la courbe c parcourue en sens inverse. Alors $\text{circ}(w, \bar{c}) = -\text{circ}(w, c)$.
11. La circulation du champ de vecteurs défini sur $\mathbf{R}^2$ par $w(x, y) = \begin{pmatrix} x \\ 0 \end{pmatrix}$ le long du segment $[A, B]$ où $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ est nulle.

12. Soit w le champ de vecteurs défini sur $\mathbf{R}^2$ par $w(x, y) = \begin{pmatrix} y \\ x \end{pmatrix}$, et c une courbe paramétrée dans le plan. Alors $\text{circ}(w, c) = \int_c y \, dx + x \, dy$.

13. Soit w le champ de vecteurs défini sur $\mathbf{R}^2$ par $w(x, y) = \begin{pmatrix} x \\ 0 \end{pmatrix}$. La circulation de w le long d'une courbe ne dépend que des extrémités de la courbe.

14. Le champ de vecteurs défini sur $\mathbf{R}^2$ par $w(x, y) = \begin{pmatrix} x \\ 0 \end{pmatrix}$ dérive d'un potentiel.

15. La forme différentielle $\alpha = x \, dx$ sur $\mathbf{R}^2$ est exacte.

16. Pour calculer l'aire de l'ellipse paramétrée par $c(t) = \begin{pmatrix} 2 \cos t \\ 3 \sin t \end{pmatrix}$ pour $t \in [0, 2\pi]$, je peux utiliser la circulation du champ de vecteurs w défini sur $\mathbf{R}^2$ par $w(x, y) = \begin{pmatrix} x \\ 0 \end{pmatrix}$.

17. Soit c la courbe paramétrée par $c(t) = \begin{pmatrix} \cos t \\ -\sin t \end{pmatrix}$ pour $t \in [0, 2\pi]$. Alors $\int_c y \, dx$ est l'aire du disque unité.