

Test de mathématiques n° 3 - A préparer en vue du partiel du 9 novembre

1. Soit w un champ de vecteurs et c une courbe paramétrée dans le plan. Soit $\bar{c}$ la courbe c parcourue en sens inverse. Alors $\text{circ}(w, \bar{c}) = -\text{circ}(w, c)$.
2. La circulation du champ de vecteurs défini sur $\mathbf{R}^2$ par $w(x, y) = \begin{pmatrix} x \\ 0 \end{pmatrix}$ le long du segment $[A, B]$ où $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ est nulle.
3. Soit V une fonction sur $\mathbf{R}^2$, soit c une courbe contenue dans une ligne de niveau de V . Alors la circulation de ∇V sur c est nulle.
4. Soit w le champ de vecteurs défini sur $\mathbf{R}^2$ par $w(x, y) = \begin{pmatrix} x \\ 0 \end{pmatrix}$. La circulation de w le long d'une courbe ne dépend que des extrémités de la courbe.
5. Le champ de vecteurs défini sur $\mathbf{R}^2$ par $w(x, y) = \begin{pmatrix} x \\ 0 \end{pmatrix}$ dérive d'un potentiel.
6. Le champ de vecteurs défini sur $\mathbf{R}^2$ par $w(x, y) = \begin{pmatrix} xy^2 \\ xy \end{pmatrix}$ dérive d'un potentiel.
7. Soit w le champ de vecteurs défini sur $\mathbf{R}^2$ par $w(x, y) = \begin{pmatrix} y \\ x \end{pmatrix}$, et c une courbe paramétrée dans le plan. Alors $\text{circ}(w, c) = \int_c y \, dx + x \, dy$.
8. La forme différentielle $\alpha = x \, dx$ sur $\mathbf{R}^2$ est exacte.
9. La forme différentielle $\alpha = xy^2 \, dx + xy \, dy$ sur $\mathbf{R}^2$ est exacte.
10. La forme différentielle $\alpha = \frac{x \, dx + y \, dy}{x^2 + y^2}$ sur $\mathbf{R}^2$ privé de l'origine est exacte.
11. Soit c une courbe fermée quelconque dans le plan. Alors $\int_c \frac{x \, dx + y \, dy}{x^2 + y^2} = 0$.
12. Pour calculer l'aire de l'ellipse paramétrée par $c(t) = \begin{pmatrix} 2 \cos t \\ 3 \sin t \end{pmatrix}$ pour $t \in [0, 2\pi]$, je peux utiliser la circulation du champ de vecteurs w défini sur $\mathbf{R}^2$ par $w(x, y) = \begin{pmatrix} x \\ 0 \end{pmatrix}$.
13. Soit c la courbe paramétrée par $c(t) = \begin{pmatrix} \cos t \\ -\sin t \end{pmatrix}$ pour $t \in [0, 2\pi]$. Alors $\int_c y \, dx$ est l'aire du disque unité.