

Test de mathématiques n° 4 - A préparer en vue du contrôle continu du 19 novembre

Répondre par OUI ou NON et justifier votre réponse par une démonstration ou un résultat du cours énoncé de façon précise, ou un contre-exemple.

1. Soit w le champ de vecteurs défini sur $\mathbf{R}^2$ par $w(x, y) = \begin{pmatrix} y \\ x \end{pmatrix}$, et c une courbe paramétrée dans le plan. Alors $\text{circ}(w, c) = \int_c y \, dx + x \, dy$.
2. Soit w le champ de vecteurs défini sur $\mathbf{R}^2$ par $w(x, y) = \begin{pmatrix} x \\ 0 \end{pmatrix}$. La circulation de w le long d'une courbe ne dépend que des extrémités de la courbe.
3. Le champ de vecteurs défini sur $\mathbf{R}^2$ par $w(x, y) = \begin{pmatrix} x \\ 0 \end{pmatrix}$ dérive d'un potentiel.
4. La forme différentielle $\alpha = x \, dx$ sur $\mathbf{R}^2$ est exacte.
5. Pour calculer l'aire de l'ellipse paramétrée par $c(t) = \begin{pmatrix} 2 \cos t \\ 3 \sin t \end{pmatrix}$ pour $t \in [0, 2\pi]$, je peux utiliser la circulation du champ de vecteurs w défini sur $\mathbf{R}^2$ par $w(x, y) = \begin{pmatrix} x \\ 0 \end{pmatrix}$.
6. Soit c la courbe paramétrée par $c(t) = \begin{pmatrix} \cos t \\ -\sin t \end{pmatrix}$ pour $t \in [0, 2\pi]$. Alors $\int_c y \, dx$ est l'aire du disque unité.
7. Soit $S : (u, v) \mapsto s(u, v) \in \mathbf{R}^3$ une surface d'aire a . Soit S' la surface paramétrée sur le même domaine par $(u, v) \mapsto -2s(u, v)$. Alors l'aire de S' vaut $2a$.
8. Soit S la surface cylindrique de hauteur h , de rayon 1, d'axe Oz , orienté par la normale sortant du cylindre. Soit w le champ de vecteurs constant $w(x, y, z) = (0, 0, 1)$. Le flux de w à travers S est strictement positif.
9. Soit S la sphère unité orientée par la normale sortant de la boule unité. Soit w le champ de vecteurs défini par $w(x, y, z) = (x, y, z)$. Le flux de w à travers S est strictement positif.
10. Pour calculer le volume de la boule unité, je peux calculer le flux du champ de vecteurs défini par $w(x, y, z) = (y, z, x)$ à travers la sphère unité.
11. Le vecteur $v = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ est un vecteur propre de l'endomorphisme de $\mathbf{R}^2$ de matrice $\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$.
12. Les vecteurs propres de l'endomorphisme de $\mathbf{R}^2$ de matrice $\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ sont tous proportionnels aux vecteurs de base.
13. Les valeurs propres de l'endomorphisme de $\mathbf{R}^2$ de matrice $\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ sont -2 et -1 .
14. Les valeurs propres de l'endomorphisme de $\mathbf{R}^2$ de matrice $\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ sont -2 et -1 .