

Test de mathématiques n° 4
A préparer en vue du contrôle continu du 22 novembre

1. Soit w le champ de vecteurs défini sur $\mathbf{R}^2$ par $w(x, y) = \begin{pmatrix} x \\ 0 \end{pmatrix}$. La circulation de w le long d'une courbe ne dépend que des extrémités de la courbe.
2. Le champ de vecteurs défini sur $\mathbf{R}^2$ par $w(x, y) = \begin{pmatrix} x \\ 0 \end{pmatrix}$ dérive d'un potentiel.
3. La forme différentielle $\alpha = x dx$ sur $\mathbf{R}^2$ est exacte.
4. Soit $S : (u, v) \mapsto s(u, v) \in \mathbf{R}^3$ une surface d'aire a . Soit S' la surface paramétrée sur le même domaine par $(u, v) \mapsto -2s(u, v)$. Alors l'aire de S' vaut $2a$.
5. Soit $S : (u, v) \mapsto \begin{pmatrix} x(u, v) \\ y(u, v) \\ z(u, v) \end{pmatrix}$ une surface d'aire a . Soit S' la surface paramétrée sur le même domaine par $(u, v) \mapsto \begin{pmatrix} x(u, v) \\ y(u, v) \\ 2z(u, v) \end{pmatrix}$. Alors l'aire de S' vaut $2a$.
6. Soit S la surface cylindrique de hauteur h , de rayon 1, d'axe Oz , orienté par la normale sortant du cylindre. Soit w le champ de vecteurs constant $w(x, y, z) = (0, 0, 1)$. Le flux de w à travers S est strictement positif.
7. Soit w le champ de vecteurs défini sur $\mathbf{R}^3$ par $w(x, y, z) = (y, z, x)$. Le flux de w à travers le carré $\{0 < x < 1, 0 < y < 1\}$ du plan $\{z = 0\}$ orienté par $(0, 0, 1)$ est non nul.
8. Soit S la sphère unité orientée par la normale sortant de la boule unité. Soit w le champ de vecteurs défini par $w(x, y, z) = (x, y, z)$. Le flux de w à travers S est strictement positif.
9. Soit V une fonction sur $\mathbf{R}^3$ et w un champ de vecteurs sur $\mathbf{R}^3$. Parmi les expressions suivantes, lesquelles ont un sens, lesquelles n'en ont pas, lesquelles valent 0 ? $\text{grad}(\text{div}(V))$, $\text{div}(\text{rot}(V))$, $\text{rot}(\text{div}(V))$, $\text{grad}(\text{div}(w))$, $\text{div}(\text{grad}(w))$, $\text{div}(\text{grad}(V))$, $\text{rot}(\text{div}(w))$, $\text{div}(\text{rot}(w))$, $\text{rot}(\text{grad}(V))$, $\text{grad}(\text{rot}(w))$, $\text{rot}(\text{grad}(w))$, $\text{grad}(\text{rot}(V))$.
10. Pour calculer le volume de la boule unité, je peux calculer le flux du champ de vecteurs défini par $w(x, y, z) = (y, z, x)$ à travers la sphère unité.
11. Soit w le champ de vecteurs défini sur $\mathbf{R}^3$ par $w(x, y, z) = (y, z, x)$. Le flux de w à travers toute surface fermée vaut 0.
12. Pour calculer le flux du champ de vecteurs défini par $w(x, y, z) = (y, z, x)$ à travers la surface cylindrique de l'exercice 6, je peux calculer son rotationnel, puis la circulation du rotationnel le long de deux cercles.
13. Soit w le champ de vecteurs défini sur $\mathbf{R}^3$ par $w(x, y, z) = (y, z, x)$. Pour calculer le flux du rotationnel de w à travers la surface cylindrique de l'exercice 6, je peux calculer la circulation de w le long de deux cercles.