

Test de mathématiques n° 5 - A préparer en vue du contrôle continu du 6 décembre

1. $v = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ est un vecteur propre de l'endomorphisme de $\mathbf{R}^2$ de matrice $\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$.
2. Les vecteurs propres de l'endomorphisme de $\mathbf{R}^2$ de matrice $\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ sont tous proportionnels aux vecteurs de base.
3. Les valeurs propres de l'endomorphisme de $\mathbf{R}^2$ de matrice $\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ sont -2 et -1 .
4. Les valeurs propres de l'endomorphisme de $\mathbf{R}^2$ de matrice $\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ sont -2 et -1 .
5. L'endomorphisme de $\mathbf{R}^2$ de matrice $\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ est diagonalisable.
6. L'endomorphisme de $\mathbf{R}^2$ de matrice $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$ n'admet pas de vecteurs propres.
7. La matrice $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$ est diagonalisable sur $\mathbf{C}$.
8. La matrice $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$ est diagonalisable sur $\mathbf{C}$.
9. La matrice $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ est diagonalisable sur $\mathbf{C}$.
10. Une matrice 2×2 dont le polynôme caractéristique a une racine double n'est pas diagonalisable.
11. Soit f un endomorphisme de $\mathbf{R}^n$, λ une racine réelle du polynôme caractéristique de f . Alors la dimension de l'espace propre E_λ est ≥ 1 .
12. Soit f un endomorphisme de $\mathbf{R}^n$, λ une racine de multiplicité m du polynôme caractéristique de f . Alors la dimension de l'espace propre E_λ est égale à m .
13. Un endomorphisme f de $\mathbf{R}^n$ qui satisfait $f \circ f = f - id$ n'admet pas de vecteur propre.
14. Toute matrice M telle que $M^2 - M + 1 = 0$ est diagonalisable sur $\mathbf{C}$.
15. Soit A une matrice carrée et P un polynôme. Si $P(A) = 0$, alors P est le polynôme caractéristique de A .
16. Si une matrice M est diagonalisable sur $\mathbf{R}$, alors son polynôme caractéristique n'a que des racines réelles.
17. Soient A et B des matrices carrées. Si $B^2 = 0$, alors $(A + B)^4 = A^4 + 4A^3B$.
18. Soit A une matrice 2×2 telle que $P_A(x) = (x - 1)^2$. Alors les coefficients de la matrice A^k sont des polynômes en k .
19. Soit (u_n) une suite qui satisfait la relation de récurrence $u_{n+2} + 2u_{n+1} + u_n = 0$. Alors u_n est un polynôme en n .