

Examen du 16 décembre 2019
Sujet I – Durée : 1 heure 30.

Sont autorisés : calculatrices, tables de valeurs numériques, un formulaire A4 recto-verso. Certaines questions demandent la réalisation d'un test statistique : dans ce cas, on attend sa description complète et son exécution avec les données de l'énoncé.

Exercice 1.

On relève dans les maternités de la région parisienne le périmètre crânien en centimètres de 1225 garçons nouveau-nés. On note Y_i la variable aléatoire représentant le i -ème périmètre crânien relevé, les variables Y_i sont indépendantes (on ne s'intéresse pas au périmètre crânien des jumeaux). On suppose de plus que ces variables suivent toutes la même loi gaussienne $\mathcal{N}(m, \sigma^2)$. On note :

$$\bar{Y} = \frac{1}{1225} \sum_{i=1}^{1225} Y_i \quad ; \quad S^2 = \frac{1}{1224} \sum_{i=1}^{1225} (Y_i - \bar{Y})^2.$$

Les valeurs observées de \bar{Y} et de S^2 sont les suivantes :

$$\bar{Y}_{\text{obs}} = 35.04 \quad ; \quad S_{\text{obs}}^2 = 2.17.$$

1. Expliquer la signification des paramètres m et σ^2 et donner leurs unités respectives.
Expliquer la signification des variables aléatoires \bar{Y} et S^2 et donner leurs unités respectives.
2. La donnée de référence sur la France pour le périmètre crânien moyen des garçons nouveau-nés est 35 cm. La moyenne des périmètres crâniens des garçons nouveau-nés de la région parisienne est-elle différente de celle de la population française en général ?
3. La donnée de référence sur la France pour l'écart-type du périmètre crânien des garçons nouveau-nés est 1.35 cm. L'écart-type des périmètres crâniens des garçons nouveau-nés de la région parisienne est-il différent de celui de la population française en général ?
4. D'après les questions 2. et 3., en ce qui concerne le périmètre crânien, les garçons nouveau-nés parisiens sont-ils différents des garçons nouveau-nés du reste de la France ?

Annexe.

On donne ci-dessous quelques quantiles de la loi du chi-deux à 1224 degrés de liberté : pour Q une variable aléatoire de loi $\chi^2(1224)$, on a :

t	1076.8	1100.3	1128.9	1143.8	1306.5	1322.9	1355.2	1382.6
$\mathbb{P}(Q \leq t)$	0.001	0.005	0.025	0.05	0.95	0.975	0.995	0.999

Exercice 2.

On a pu déterminer qu'à un âge donné, 50% des bébés nés à terme marchent, 12% ont une ébauche de marche, et 38% ne marchent pas. On a ensuite observé 120 bébés prématurés au même âge donné.

1. Si les proportions pour les bébés prématurés sont les mêmes que pour les bébés nés à terme, combien attend-t-on en moyenne :
 - de bébés qui marchent parmi ces 120 bébés prématurés ?
 - de bébés qui ont une ébauche de marche parmi ces 120 bébés prématurés ?
 - de bébés qui ne marchent pas parmi ces 120 bébés prématurés ?
2. Parmi les 120 bébés prématurés observés, 54 de ces bébés marchent, 8 ont une ébauche de marche, et 58 ne marchent pas. Les bébés prématurés développent-ils la marche de la même manière que les autres bébés ?