

## Problème 2

A rendre la semaine du 8 mars 2004.

**Exercice 1** On considère l'équation différentielle suivante

$$(E) \quad x(1-x^2)y' + (2x^2-1)y = 2x^3$$

1.

1.a. Résoudre l'équation homogène associée

$$(H) \quad x(1-x^2)y' + (2x^2-1)y = 0$$

sur les intervalles  $]0, 1[$  et  $]1, +\infty[$ .

1.b. A-t-on des solutions non nulles définies sur  $\mathbf{R}^{+*}$  ?

2.

2.a. De même, résoudre l'équation (E) sur chacun des intervalles  $]0, 1[$ ,  $]1, +\infty[$ .

2.b. Montrer qu'il existe une solution définie sur  $\mathbf{R}^{+*}$  et la calculer.

**Exercice 2**

1. Résoudre, suivant la valeur du réel  $m$ , l'équation :

$$r^2 + 2mr + 1 = 0$$

2. En déduire suivant les valeurs de  $m$ , les solutions de l'équation différentielle :

$$(H) \quad y'' + 2my' + y = 0$$

3. Résoudre, suivant la valeur de  $m$  :

$$(E) \quad y'' + 2my' + y = xe^x$$