Devoir n° 3

À rendre pour le premier TD de la semaine du 22 mars 2004.

Exercice 1.
Résoudre le système suivant, en discutant suivant la valeur du paramètre réel $\lambda \in \mathbb{R}$:

$$\text{(S1)} \left\{ \begin{array}{rcl} x & +(\lambda+1)y & = & 1 \\ \lambda x & +(\lambda+4)y & = & 2 \end{array} \right.$$

Exercice 2.
a) Résoudre le système suivant, selon les valeurs de b_1, b_2, b_3, b_4 :

$$\text{(S2)} \left\{ \begin{array}{ccccccc} x & +3y & +4z & +7t & = & b_1 \\ x & +\ y & +\ z & +\ t & = & b_2 \\ x & +3y & +3z & +2t & = & b_3 \\ x & +3y & +4z & +5t & = & b_4 \end{array} \right.$$

b) Calculer l'inverse de la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 & 7 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 3 & 2 \\ 1 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$.

Exercice 3. Soit $B = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.
Montrer qu'il n'existe aucune matrice $M \in M_{2,3}(\mathbb{R})$ telle que $BM = I_3$ mais qu'il existe une infinité de matrices $N \in M_{2,3}(\mathbb{R})$ telles que $NB = I_2$, où $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ et $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ sont les matrices identité de $M_2(\mathbb{R})$ et $M_3(\mathbb{R})$.