

Interrogation écrite n° 1

Le 10 mars 2005

Durée 1 heure – documents et calculatrices interdits

L'interrogation est un QCM (Questionnaire à Choix Multiples). Lisez soigneusement chaque question, calculez éventuellement au brouillon puis cochez la réponse juste. Ne répondez pas au hasard, des points sont retirés pour les réponses fausses.

1. On considère un intervalle symétrique $[-a, a]$ (avec $a > 0$) et une fonction continue f sur $[-a, a]$.

L'intégrale $\int_{-a}^a f(x) dx$ est toujours égale à 0 si

- f est paire f est impaire f est dérivable

2. L'intégrale $\int_0^1 \frac{t dt}{\sqrt{1+3t^2}}$ est égale à

- $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{\sqrt{3}}$

3. L'intégrale $\int_0^1 x \operatorname{Arctan} x dx$ est égale à

- $\frac{\pi^2}{6} - \frac{\pi}{4}$ $\frac{\pi}{2} - 1$ $\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}$

4. L'intégrale $\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{2 - \cos x}$ est égale à

- $\frac{\pi^2}{6} - 1$ $\frac{1}{3} \ln 2$ $\frac{2\pi}{3\sqrt{3}}$

5. La décomposition en éléments simples de la fraction rationnelle $\frac{2x^2 + 1}{(x+1)^2(x-2)}$ est

- $\frac{1}{(x-2)^2} + \frac{1}{x+1} - \frac{3}{(x+1)^2}$ $\frac{1}{x-2} - \frac{1}{(x+1)^2} + \frac{1}{x+1}$ $\frac{1}{x-2} + \frac{3}{(x+1)^2} - \frac{1}{x+1}$

6. Soit $y(x)$ la solution, définie sur \mathbb{R} , de l'équation différentielle (E) $y' = -2xy + x$, avec la condition initiale $y(1) = 0$. Calculer $y(x)$ puis $y(2)$. On trouve

- $y(2) = \frac{1}{2}(1 - e^{-3})$ $y(2) = \frac{1}{2\sqrt{2}}$ $y(2) = 2e^2 + 1$