

Résumé de la thèse de doctorat

Sylvie Ruelle

Titre : Chaos en dynamique topologique, en particulier sur l'intervalle, mesures d'entropie maximale

Résumé : Dans ma thèse je m'intéresse d'une part aux propriétés liées au chaos et à l'entropie topologique et d'autre part aux mesures d'entropie maximale pour les systèmes sur l'intervalle et les chaînes de Markov topologiques, ces deux types de systèmes étant liés.

Je montre qu'un système dynamique topologique (X, T) d'entropie non nulle possède des couples asymptotiques propres, c'est-à-dire des couples de points distincts (x, y) tels que la distance entre $T^n x$ et $T^n y$ tend vers zéro quand n tend vers $+\infty$. Si T est de plus inversible, la plupart des couples asymptotiques pour T sont des couples de Li-Yorke pour T^{-1} . Les preuves de ces résultats sont ergodiques.

Une chaîne de Markov topologique est l'ensemble des chemins sur un graphe orienté ; c'est un outil pour l'étude des mesures d'entropie maximale. Un graphe connexe est transient, récurrent nul ou récurrent positif. Après avoir rappelé les liens entre ces classes et la possibilité d'étendre ou de restreindre le graphe sans changer l'entropie, je montre qu'un graphe transient admet un surgraphe récurrent de même entropie. On sait qu'une chaîne de Markov transitive a une mesure d'entropie maximale si et seulement si le graphe est récurrent positif. Je donne un nouveau critère impliquant la récurrence positive et je montre l'existence de mesures presque maximales fuyant vers l'infini pour un graphe non récurrent positif.

Quand on se restreint aux systèmes sur l'intervalle, les diverses notions de chaos coïncident dans une large mesure. Je présente une synthèse des liens existant entre les différentes propriétés chaotiques.

Un système sur l'intervalle peut se représenter, sous certaines conditions, par une chaîne de Markov topologique. En utilisant cette représentation ainsi que des propriétés liées à la dérivabilité, j'obtiens un critère d'existence de mesures d'entropie maximale pour les transformations C^1 de l'intervalle. Je montre également que pour tout n fini il existe des transformations de l'intervalle, mélangeantes, C^n , n'admettant pas de mesure d'entropie maximale.

Mots-clés : systèmes dynamiques topologiques, transformations de l'intervalle, chaînes de Markov topologiques, mesures d'entropie maximale, chaos, entropie, couples asymptotiques.