

Contrôle des connaissances n° 1

Le test aura lieu le vendredi 18 octobre 2013

Le jour du test, trois des affirmations dans la liste ci-dessous seront choisies. Pour chacune, on vous demandera de dire si elle est VRAIE ou FAUSSE, puis de justifier votre réponse.

- 1.— La fonction $x \mapsto \sin(x)$ est solution de l'équation différentielle $y'' = -y$.
- 2.— La fonction $f(x) = x^5$ est solution de l'équation différentielle $(y')^5 = 5^5 y^4$.
- 3.— La fonction $f(x) = 1$ est solution de l'équation différentielle $y' + xy^2 = 0$.
- 4.— Le dessin de gauche de la figure 1 représente le champ de tangentes de l'équation différentielle $y' = -y^2$.
- 5.— Le dessin de droite de la figure 1 représente le champ de tangentes de l'équation différentielle $y' = -y^2$.

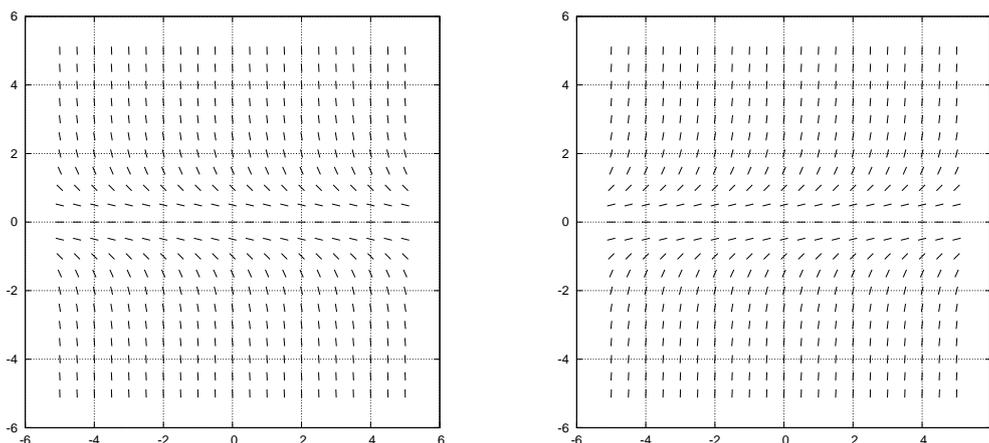


FIGURE 1 –

- 6.— Si f est une solution de l'équation différentielle $y' = 1 + y^4$, alors f est strictement croissante sur son intervalle de définition.
- 7.— Soit f_0 la fonction définie par $\forall x \in \mathbb{R}, f_0(x) = 0$. Alors f_0 est solution de l'équation différentielle $y' = (\cos(y) - \frac{1}{2}x^2)y$.
- 8.— Soit f une fonction définie sur un intervalle I et $x_0 \in I$. Si f est une solution de $y' = \sin(y)$ vérifiant $f(x_0) \neq 0$, alors f ne s'annule pas (c'est-à-dire $\forall x \in I, f(x) \neq 0$).
- 9.— Si f est une solution de l'équation différentielle $y' = (1 + xy)y$ vérifiant $f(0) = 1$, alors f est strictement positive sur son intervalle de définition.
- 10.— Il existe une unique solution maximale de l'équation différentielle $y' = \sin(y)$ et vérifiant la condition initiale $y(2) = -\sqrt{3}$.

- 11.— L'équation différentielle $y' = x^2 + y^2$ admet une unique solution maximale.
- 12.— L'équation différentielle $y' = x^2 + y^2$ admet une infinité de solutions maximales.
- 13.— Toute solution de l'équation différentielle dont le champ de tangentes est représenté à gauche de la figure 2 est croissante.
- 14.— Pour l'équation différentielle dont le champ de tangentes est représenté à gauche de la figure 2, l'unique solution maximale vérifiant la condition initiale $y(0) = 0$ semble croissante sur $[-1, 1]$.
- 15.— Toute solution maximale de l'équation différentielle dont le champ de tangentes est représenté ci-dessous, à droite, est définie sur \mathbb{R} en entier.

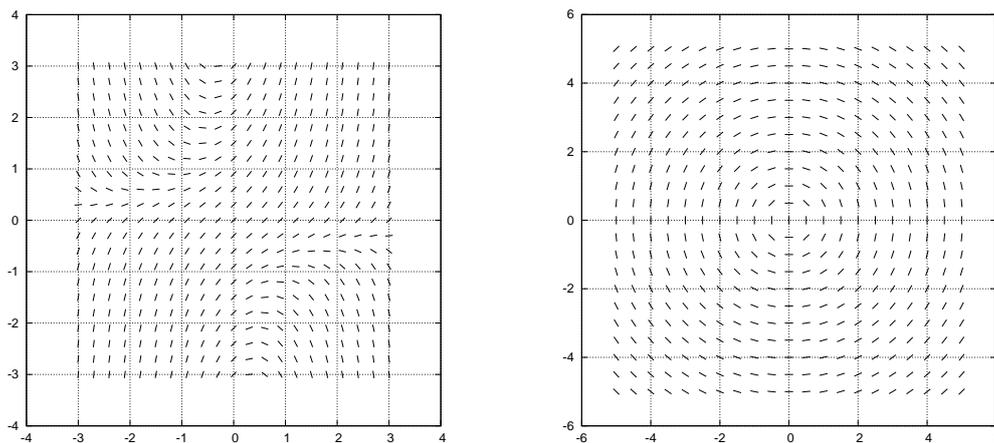


FIGURE 2 –

- 16.— Les deux fonctions dont les graphes sont représentés sur la figure 3 ne sont pas deux solutions d'une même équation différentielle du type $y' = \varphi(x, y)$ avec φ une fonction C^1 par rapport aux 2 variables x, y .

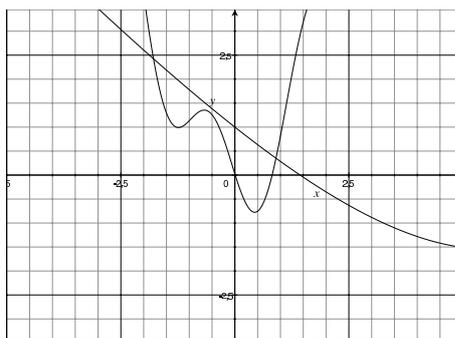


FIGURE 3 –

- 17.— La fonction $\frac{1}{x}$ est une primitive de $\ln(x)$ sur $]0, +\infty[$.
- 18.— La fonction $\frac{1}{4}x^4$ est une primitive de x^3 sur \mathbb{R} .
- 19.— Soit f une fonction dérivable sur \mathbb{R} et strictement positive. Les primitives de $\frac{f'}{f}$ sont les fonctions $\ln(f) + C$ où C est une constante quelconque.
- 20.— Si $f' = g'$, alors $f = g$.