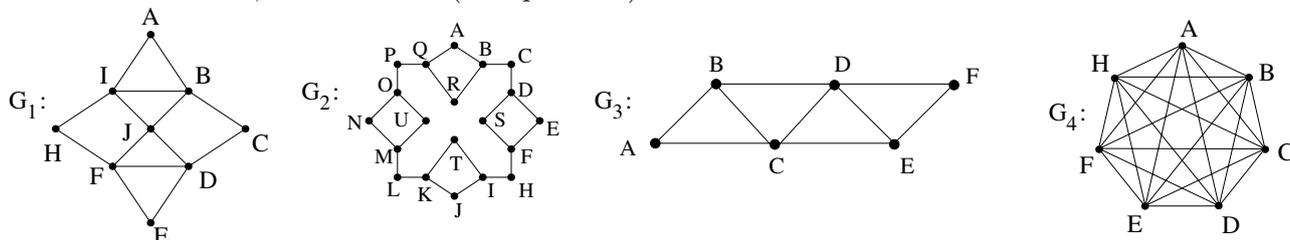


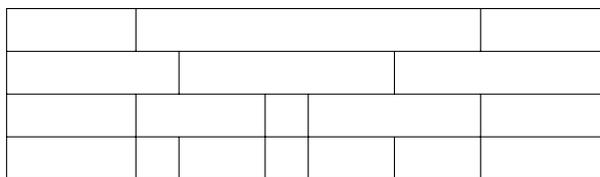
**Feuille d'exercices n° 9**

**Exercice 1.** Les graphes suivants admettent-ils un cycle eulérien? Admettent-ils un chemin eulérien? Si oui, en donner un (sauf pour  $G_4$ ).



**Exercice 2.**

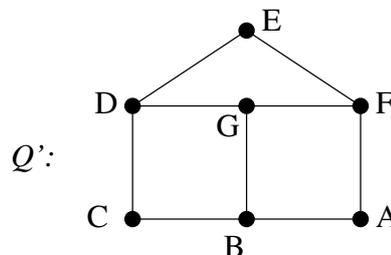
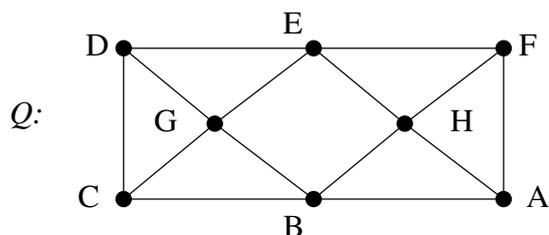
Le zoo se trouve sur un terrain rectangulaire découpé en petites zones délimitées par des barrières. Le plan est ci-contre, chaque segment représentant une barrière :



Pour organiser la visite du zoo, on désire tracer un sentier passant dans toutes les zones et traversant chaque barrière.

- a) Peut-on tracer un sentier traversant chaque barrière une unique fois en considérant les barrières externes infranchissables?
- b) Peut-on tracer un sentier traversant chaque barrière une unique fois si les barrières externes doivent être toutes franchies une unique fois également?

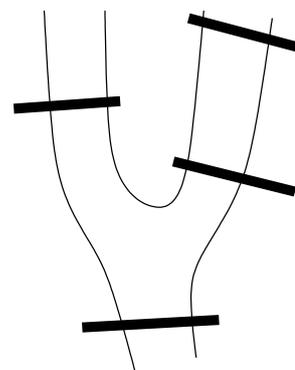
**Exercice 3 (le problème du postier chinois).** Un postier s'occupe du quartier  $Q$  dont le plan est ci-dessous à gauche. Pour distribuer le courrier, il doit passer dans chaque rue. Le départ et l'arrivée se font au dépôt  $D$ .



- a) Est-il possible d'effectuer une tournée en parcourant toutes les rues une fois et une seule? Sinon, quel est le nombre minimal de tronçons de rues qu'il doit parcourir deux fois?
- b)\* Mêmes questions avec le plan de quartier  $Q'$  (ci-dessus à droite).

**Exercices supplémentaires**

**Exercice 4.** La ville de Lyon est au confluent du Rhône et de la Saône (ci-contre un exemple avec 4 ponts). Montrer que, quel que soit le nombre de ponts, il est possible de faire une promenade passant une fois et une seule par chaque pont.



**Exercice 5.** Construire un graphe connexe à 7 sommets n'ayant pas de chemin eulérien.

**Exercice 6.** Une fourmi égyptienne se déplace sur les arêtes d'une pyramide à base carrée en s'interdisant de passer deux fois sur la même arête : elle récupère en effet sur chaque arête quelques provisions pour l'hiver et repasser deux fois par la même arête serait, elle le sait, une perte de temps. Quel est le nombre maximal d'arêtes que peut parcourir la fourmi ?

**Exercice 7.** Schmolldu s'entraîne à la course à pied et à la nage.

a) En courant, il effectue un parcours passant une et une seule fois sur chaque pont. Quels sont les points de départ et d'arrivée possibles de cette course ?

b) En nageant, il effectue un parcours passant une et une seule fois sous chaque pont. Quels sont les points de départ et d'arrivée possibles de cette course ?

c)\* En fait, il effectue tout d'abord en courant un parcours comme en a), puis il plonge dans l'eau et effectue à la nage un parcours comme en b). Sachant qu'il sort de l'eau à l'endroit où il a commencé sa course, de quel point peut-il partir ? Où peut-il plonger ?

