

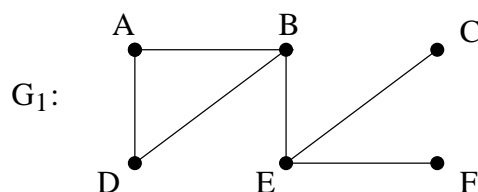
Examen de maths discrètes

22 décembre 2006 – Durée : 2 heures

Les documents, calculatrices et téléphones portables sont interdits.

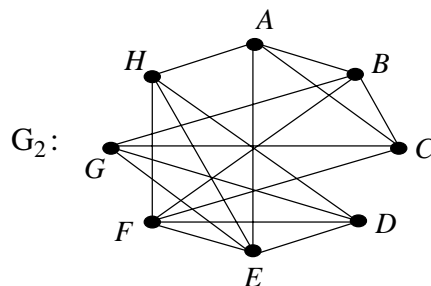
Toutes les réponses doivent être justifiées.

Exercice 1. Construire un graphe simple avec le même nombre de sommets et d'arêtes que G_1 mais qui n'est pas isomorphe à G_1 (justifier que les graphes ne sont pas isomorphes).

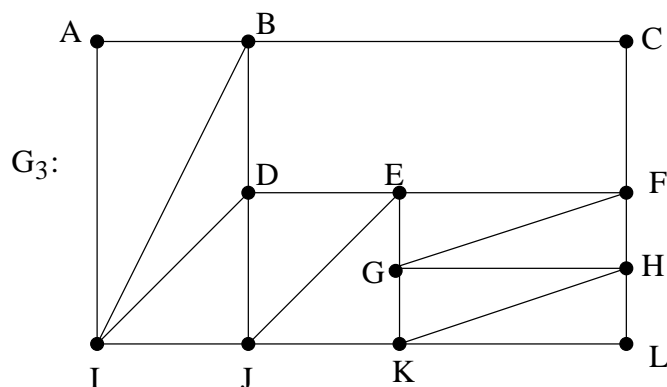


Exercice 2.

- Le graphe G_2 est-il connexe ?
- Quelle est la distance entre C et H dans G_2 ?
- Le graphe G_2 a-t-il un chemin eulérien ? A-t-il un cycle eulérien ? Si oui, en donner un.



Exercice 3. Le graphe G_3 représente le plan d'une ville. Pour distribuer le courrier, le facteur doit passer dans toutes les rues. Existe-t-il un itinéraire lui permettant de passer une fois et une seule par chaque rue ? Si oui, donner un itinéraire possible. Le facteur peut-il partir de n'importe quel sommet ?

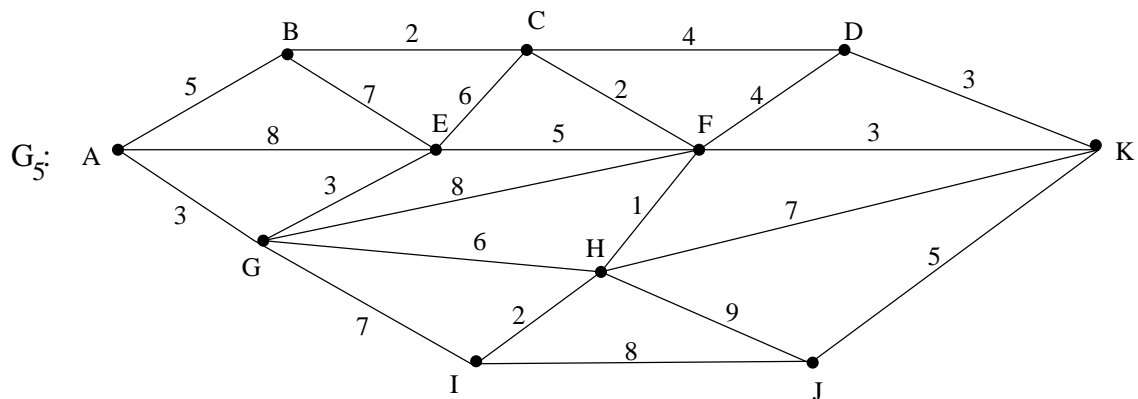


Exercice 4. Pierre vient de recevoir 7 poissons et il veut les placer dans des aquariums. Certains poissons ne peuvent pas cohabiter dans un même aquarium parce que certaines espèces sont la proie d'autres espèces. On représente par une croix dans le tableau ci-dessous, les incompatibilités entre poissons. Modéliser la situation par un graphe et déterminer le nombre

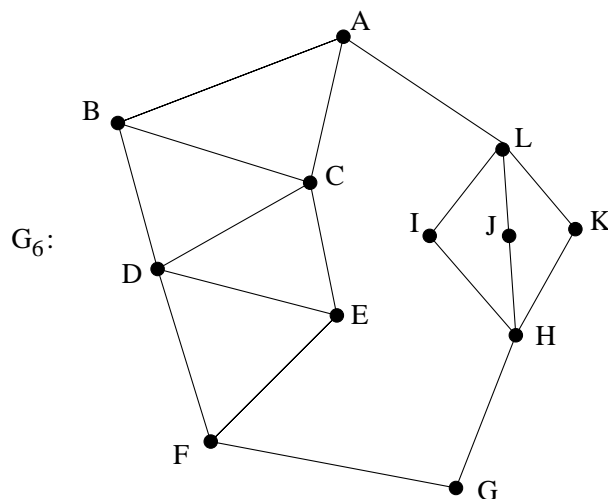
minimal d'aquariums qu'il faudra à Pierre pour empêcher que certains poissons soient mangés par d'autres. Donner également une répartition possible avec ce nombre d'aquariums.

	A	B	C	D	E	F	G
A		x			x	x	x
B	x		x				x
C		x		x	x		x
D			x				x
E	x		x			x	x
F	x				x		x
G	x	x	x	x	x	x	

Exercice 5. Voici un réseau de circulation dans une ville. Les sommets sont des carrefours, le poids d'une arête indique le nombre de feux dans la rue. Appliquer l'algorithme de Dijkstra pour déterminer le nombre minimal de feux qu'on rencontre en allant de A à K , et donner un parcours de A à K avec le moins de feux.



Exercice 6. Le graphe G_6 a-t-il un cycle hamiltonien ?



Barême indicatif : 2 - 4,5 - 3 - 3,5 - 5 - 2