

Examen de maths discrètes

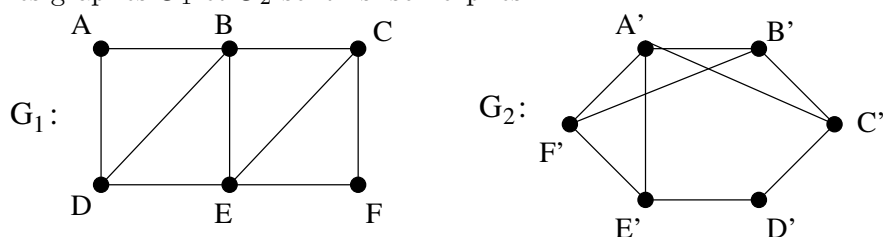
17 décembre 2012 – Durée : 2 heures

Les documents, calculatrices et téléphones portables sont interdits.

Toutes les réponses doivent être justifiées.

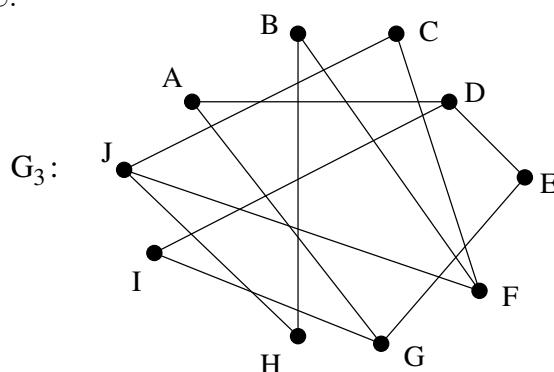
Exercice 1. Dites s'il peut exister une molécule contenant 2 atomes C, un atome O et 5 atomes H vérifiant la règle suivante : les atomes de carbone (C) sont liés à 4 autres atomes, les atomes d'oxygène (O) sont liés à 2 autres atomes et les atomes d'hydrogène (H) sont liés à un autre atome.

Exercice 2. Les graphes G_1 et G_2 sont-ils isomorphes ?



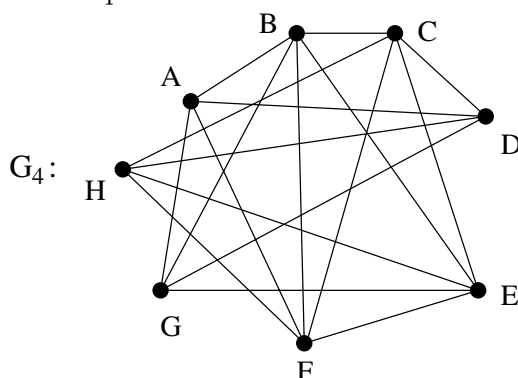
Exercice 3.

- a) Le graphe G_3 est-t-il connexe ?
- b) Déterminer la distance entre les sommets B et C dans G_3 , ainsi que tous les chemins réalisant cette distance entre B et C.



Exercice 4.

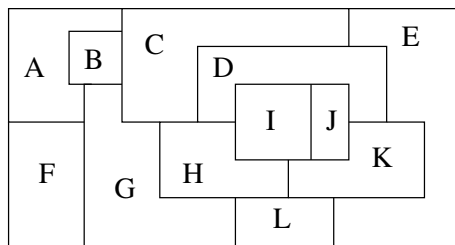
- a) Le graphe G_4 a-t-il un cycle hamiltonien ?
- b) Le graphe G_4 a-t-il un chemin eulérien ? Quel est le nombre maximum d'arêtes que peut contenir un chemin ne passant pas deux fois par une même arête ?



Exercice 5. Le dessin ci-dessous représente différents pays sur une île.

a) Un touriste souhaite visiter l'île en franchissant chaque frontière une fois et une seule, sans passer par la mer. Est-ce possible? De quel pays peut-il partir? Peut-il revenir à son point de départ? Modélisez d'abord le problème en termes de graphes (c'est-à-dire définissez un graphe et traduisez les questions par rapport à ce graphe), puis répondez aux questions.

b) On veut colorier la carte de façon que deux régions ayant une frontière commune n'aient pas la même couleur. Quel est le nombre minimal de couleurs qu'il faut utiliser? Donnez une façon de colorier la carte.



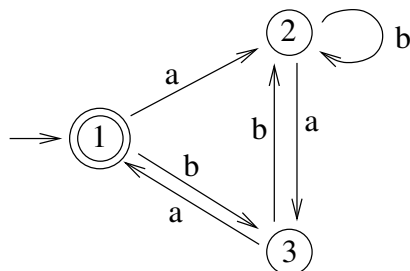
Exercice 6. 8 produits chimiques, notés P1, P2, P3, P4, P5, P6, P7, P8, doivent être transportés en train. Certains sont incompatibles entre eux et ne peuvent pas être transportés dans le même wagon. On représente par une croix dans le tableau ci-dessous les incompatibilités entre produits. On cherche le nombre minimal de wagons nécessaires pour transporter ces produits. Modélisez d'abord la situation par un graphe, traduisez la question en terme de graphes, puis donnez le nombre minimal de wagons nécessaires et indiquez une répartition possible des produits dans les wagons.

	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8
P1		x						x
P2	x				x			x
P3				x		x	x	
P4			x		x		x	x
P5		x		x		x		
P6			x		x			x
P7			x	x				x
P8	x	x		x		x	x	

Exercice 7.

a) Représentez un automate sur l'alphabet $\{a, b\}$ reconnaissant les mots contenant "aab" (ces trois lettres doivent apparaître à la suite), et uniquement ces mots-là.

b) On considère l'automate ci-dessous. Les mots "ab", "abaa", "aaabb", "bbbaa" sont-ils reconnus par cet automate?



Barème indicatif : 2 - 1,5 - 2,5 - 3 - 5 - 3 - 3

Le corrigé sera mis sur Dokeos.