

---

**Partiel de maths discrètes****29 octobre 2012 – Durée : 2 heures***Les documents, calculatrices et téléphones portables sont interdits.*

---

**Toutes les réponses doivent être justifiées.****Exercice 1.**

Soit  $n$  un entier naturel. Montrer que  $2n^2 + 5n + 3$  et  $n + 2$  sont premiers entre eux. Donner une relation de Bézout entre ces deux nombres.

**Exercice 2.** Soit  $a = 1\,200$  et  $b = 350$ .

- Décomposer  $a$  et  $b$  en produits de nombres premiers.
- Déterminer  $\text{pgcd}(a, b)$ .
- Déterminer les entiers naturels  $n$  tels que  $6^n$  divise  $3a$ .

**Exercice 3.**

- Soit  $c \in \mathbb{Z}$ . Déterminer tous les couples d'entiers relatifs  $(x, y)$  tels que  $5x + 2y = c$ .
- L'entrée d'un parc coûte 5 euros pour les adultes et 2 euros pour les enfants. Un groupe de personnes paie 41 euros d'entrée. Quel peut être le nombre d'enfants et d'adultes dans le groupe ? Quel est le nombre minimal de personnes composant ce groupe ?

**Exercice 4.** Un confiseur fait 2 types de sachets de bonbons : des sachets A contenant uniquement des bonbons pesant 6 grammes, et des sachets B contenant uniquement des bonbons pesant 15 grammes. Il veut que les 2 types de sachets aient le même poids  $P$ . Quelles sont les valeurs possibles de  $P$  ?

**Exercice 5.**

Soit  $n$  un entier naturel. Quel est le reste de la division euclidienne de  $10n^2 + 6^n - 2^{25}$  par 5 ?

**Exercice 6.**

Déterminer tous les entiers relatifs tels que  $11x \equiv 4 \pmod{50}$ .

**Exercice 7.**

Déterminer toutes les solutions  $x \in \mathbb{Z}$  du système

$$\begin{cases} x \equiv 1 & (7) \\ x \equiv 9 & (15) \end{cases}$$

**Exercice 8.**

Peut-on trouver trois entiers naturels non nuls  $a, b, c$  tels que  $\text{pgcd}(a, b) = 10$ ,  $\text{pgcd}(a, c) = 24$  et  $\text{pgcd}(b, c) = 15$  ?

---

*Barème indicatif : 2 - 3 - 4 - 2 - 2 - 2 - 3 - 2*