

---

## Feuille d'exercices n° 5

---

### Tests d'hypothèses, test d'ajustement du $\chi_2$

**Exercice 1.** Le candidat A veut se présenter à l'élection uniquement si plus de 50 % des électeurs comptent voter pour lui. Il fait faire un sondage pour évaluer ses chances. Il accepte une marge d'erreur de 5 % (c'est-à-dire une probabilité de 5 % de se présenter même si l'opinion réelle de la population ne lui est pas favorable).

a) Sur 1000 personnes interrogées, 549 disent vouloir voter A. Que peut-on en déduire sur les chances de A ? Le candidat A va-t-il se présenter ?

b) Même question si 520 personnes sur 1000 disent vouloir voter A.

**Exercice 2.** On s'intéresse au problème des algues toxiques qui atteignent certaines plages. Après étude, on constate que 10% des plages sont atteintes par ces algues et on veut tester l'influence de rejets chimiques sur l'apparition de ces algues. On observe 100 plages proches de zones de rejet chimiques, et on compte le nombre de plages atteintes par l'algue : on constate que 20 plages sont atteintes par l'algue. Pouvez-vous répondre à la question, pour le seuil  $\varepsilon = 0.05$  : « Les rejets chimiques modifient-ils le nombre de plages atteintes ? »

**Exercice 3.** A l'issue d'une expérience de 1000 tirages, un générateur de chiffres aléatoires a donné les résultats suivants :

chiffre	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
nombre d'apparitions	123	87	103	90	110	81	108	85	123	90

Tester au seuil de 5% l'hypothèse selon laquelle le générateur simule de façon satisfaisante un tirage uniforme sur les entiers  $\{0, \dots, 9\}$ .

**Exercice 4.** Le domaine vital d'un élan se compose de feuillus (25,8% de la superficie), de forêts mixtes (38% de la superficie), de résineux (25,8% de la superficie) et d'un marécage (10,4% de la superficie). Dans ce domaine, l'élan a été localisé à 511 reprises au cours de l'année : 118 fois dans les feuillus, 201 fois dans les forêts mixtes, 110 fois dans les résineux et 82 fois dans le marécage.

L'élan fréquente-t-il indifféremment les quatre types de végétation ?

### Exercices supplémentaires

**Exercice 5.** On considère un dé à 6 faces. On le lance  $n$  fois avec  $n = 315672$ . On compte le nombre  $N$  de fois qu'il tombe sur 5 ou 6, on trouve  $N = 106602$  (soit une fréquence de 0.3377). On voudrait savoir si le dé est équilibré. Pour cela, on appelle  $p$  la probabilité de tomber sur 5 ou 6, et on considère les hypothèses :

$$H_0 : p = \frac{1}{3}, \quad H_1 : p \neq \frac{1}{3}.$$

Faites un test au seuil  $\varepsilon = 0.001$  pour savoir si  $p = \frac{1}{3}$ . Le dé est-il équilibré ?

**Exercice 6.** La théorie de Mendel prédit qu'en croisant 2 types particuliers de plantes, on obtient des plantes de 4 types, qu'on note T1, T2, T3, T4, avec une loi de probabilité  $\nu = (\frac{9}{16}, \frac{3}{16}, \frac{3}{16}, \frac{1}{16})$ . A la suite d'expériences, on observe 154 plantes de type T1, 44 de type T2, 63 de type T3 et 21 de type T4. Tester, au seuil de  $\varepsilon = 0.05$ , si cette observation est conforme à la théorie de Mendel.

**Exercice 7.** Une population de souris présente un taux de cancer spontané de 20%. On se demande si un traitement donné modifie ce taux. On applique ce traitement à 100 souris. On en trouve 11 cancéreuses.

- a) Le traitement est-il efficace au seuil de 1% ? Au seuil de 5% ?  
 b) Sur combien de souris l'étude doit-elle porter pour qu'une différence de 2% entre la proportion de cancéreux dans l'échantillon et dans la population soit significative au seuil de 5% ?

**Table (partielle) pour une v.a.  
 $X$  de loi normale  $N(0, 1)$**

$t$	$P(0 \leq X \leq t)$	$P(-t \leq X \leq t)$
0.3	0.118	0.236
0.6	0.226	0.451
0.68	<b>0.25</b>	<b>0.5</b>
0.8	0.288	0.576
1.26	0.396	0.792
1.32	0.407	0.813
1.645	0.45	<b>0.90</b>
1.96	0.475	<b>0.95</b>
3	0.499	0.998
3.3	0.4995	0.999

**Table (partielle) pour une v.a.  
 $X$  de loi  $\chi_2(9)$**

$p$	$t$ tel que $P(X \leq t) = p$
0.800	12.2421
0.850	13.2880
0.900	14.6837
0.950	16.9190
0.975	19.0228
0.980	19.6790
0.990	21.6660
0.995	23.5894
0.999	27.8772

**Table (partielle) pour une v.a.  
 $X$  de loi  $\chi_2(1)$**

$p$	$t$ tel que $P(X \leq t) = p$
0.800	1.6424
0.850	2.0723
0.900	2.7055
0.950	3.8415
0.975	5.023
0.980	5.411
0.990	6.634
0.995	7.8794
0.999	10.8276

**Table (partielle) pour une v.a.  
 $X$  de loi  $\chi_2(3)$**

$p$	$t$ tel que $P(X \leq t) = p$
0.800	4.6416
0.850	5.3170
0.900	6.2514
0.950	7.8147
0.975	9.3484
0.980	9.8374
0.990	11.3449
0.995	12.8382
0.999	16.2662