

---

**Interrogation n° 2**

18 mai 2015 – durée 45 minutes

*Les documents, calculatrices et téléphones portables sont interdits.*

**Ne donnez pas uniquement le résultat final sans explication !** Expliquez quels calculs vous faites et pourquoi.

On a le droit de donner un résultat avec un calcul non fini (par exemple  $\frac{3}{7} + \frac{7}{18}$  ou  $C_{17}^7 \frac{1}{27}$ ), ce qui permet de se passer de calculatrice.

**Exercice 1.** Madame Michel va au marché chaque semaine. Son heure d'arrivée est une variable aléatoire de loi uniforme entre 8h et 11h. Le fleuriste est présent au marché entre 10h et 12h. Quelle est la probabilité pour que Madame Michel arrive au marché quand le fleuriste est là ?

**Exercice 2.** Soit  $X$  une variable aléatoire ayant pour densité la fonction  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  qui est définie par :  $f(x) = \begin{cases} 3x^2 & \text{si } x \in [0, 1] \\ 0 & \text{si } x < 0 \text{ ou } x > 1 \end{cases}$

a) Calculer  $P(0 \leq X \leq \frac{1}{2})$ .

b) Rappeler la définition de l'espérance pour une variable aléatoire à densité, puis calculer  $E(X)$ .

**Exercice 3.** Une usine fabrique des tablettes de chocolat. On suppose que le poids de chaque tablette (exprimé en grammes) suit une loi normale  $\mathcal{N}(m, \sigma^2)$  avec  $m = 200$  et  $\sigma = 10$ , et que les poids des différentes tablettes sont indépendants.

a) Soit  $N$  une variable aléatoire de loi normale  $\mathcal{N}(0, 1)$ . Déterminer  $t \in \mathbb{R}$  tel que  $P(N \geq t) = 0.9$ .

b) Soit  $X$  la variable aléatoire donnant le poids d'une tablette. Calculer le poids  $u$  tel que  $P(X \geq u) = 0.9$  (on pourra exprimer  $u$  en fonction de  $t$ , même si on n'a pas su calculer  $t$  à la question précédente).

c) L'usine vend des lots de 50 tablettes. On note  $X_1, \dots, X_{50}$  les variables aléatoires donnant le poids de chacune des 50 tablettes d'un lot. Soit  $Z$  la variable aléatoire donnant le poids d'un lot. Exprimer  $Z$  en fonction de  $X_1, \dots, X_{50}$ . Que valent  $E(Z)$  et  $\text{Var}(Z)$  ? Quelle est la loi de  $Z$  ?

**Exercice 4.** Un employé a 3 clés permettant d'ouvrir 3 armoires A, B, C. Il veut ouvrir les armoires A et B. Il ne sait pas quelle clé ouvre quelle armoire, il doit donc les essayer tour à tour. Il essaie d'abord les clés sur l'armoire A jusqu'à ce qu'il réussisse à l'ouvrir (il n'essaie pas 2 fois la même clé). Puis il met de côté la clé de A (il reste donc 2 clés), et il essaie d'ouvrir l'armoire B de la même façon.

Soit  $X$  la variable aléatoire donnant le nombre d'essais nécessaires pour ouvrir les deux armoires A et B. Quelles sont les valeurs que peut prendre  $X$  ? Déterminer la loi de  $X$ .

**Table (partielle) pour une v.a.  $N$  de loi normale  $\mathcal{N}(0, 1)$**

$t$	$P(0 \leq N \leq t)$	$P(-t \leq N \leq t)$
0.68	0.25	0.5
0.84	0.3	0.6
1.04	0.35	0.7
1.32	0.4	0.8
1.65	0.45	0.9
1.96	0.475	0.95