Examen du 22/03/2024

MAP-STA2 : Séries chronologiques

Yannig Goude [yannig.goude@edf.fr]
Bianca Marin-Moreno [bianca.marin-moreno@edf.fr]

Exercice 1

Soit X un processus possédant une tendance polynomiale d'ordre k:

$$X_t = \sum_{i=0}^{k} a_i t^i + \varepsilon_t$$

ou $a_i \in \mathbb{R}$ et ε_t un bruit blanc faible.

1. Quelle opération doit on réaliser pour stationnariser ce processus (argumenter votre réponse)?
2. On considère ensuite le processus :

$$Y_t = X_T + S_t$$

où S_t est une fonction périodique de période s. Comment peut on stationnariser ce processus?

Exercice 2

Soit un processus $(X_t)_{t \in Z}$ moyenne mobile infinie tel que $X_t = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} a_i \varepsilon_{t-i}$ ou ε_t est un bruit blanc de variance σ^2. La suite $(a_i)_{i \in Z}$ est une suite absolument sommable.

1. montrer que sa fonction d'autocovariance $\gamma(h)$ est bien définie et donner son expression.
2. donner la définition de sa densité spectrale, montrer qu'elle existe et que c'est une fonction réelle.
3. montrer qu'il est équivalent de connaitre sa fonction d'autocovariance ou sa densité spectrale.

Exercice 3

Soit le processus suivant, supposé stationnaire, avec ε_t un bruit blanc de variance σ^2:

$$y_t = \sum_{k=1}^{p} a_k y_{t-k} + \varepsilon_t$$

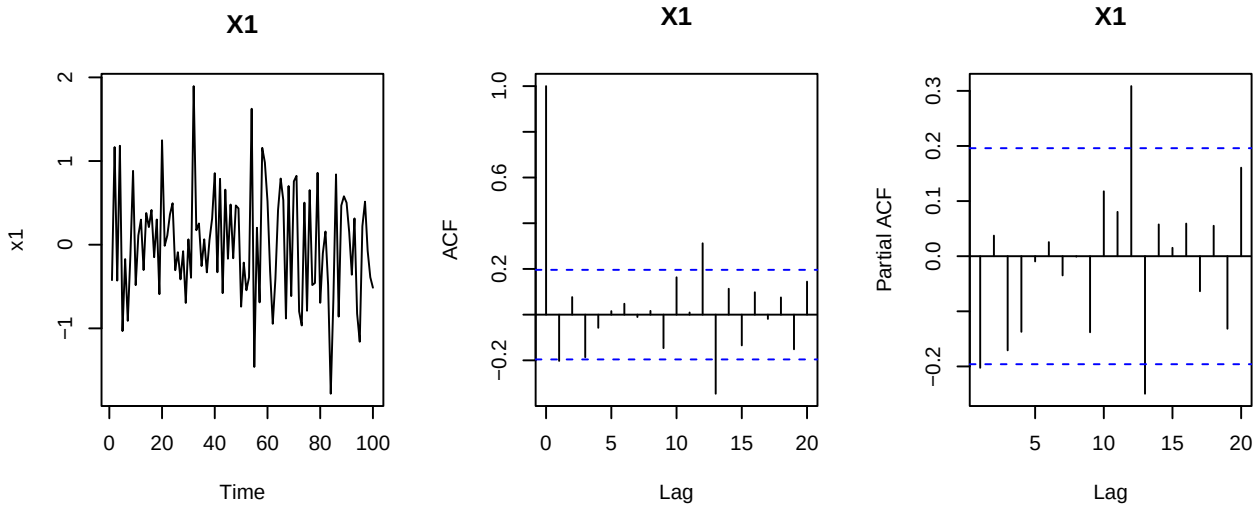
1. Quel est le nom de ce processus? Donner la formule de sa fonction d'autocovariance $\gamma(h)$ et celle de sa fonction d'autocorrélation $\rho(h)$.
2. Vérifiez si les deux processus suivants sont stationnaires puis calculer les autocorrélations et autocorrélations partielles d'ordre 1, 2, et 3 pour ces processus.

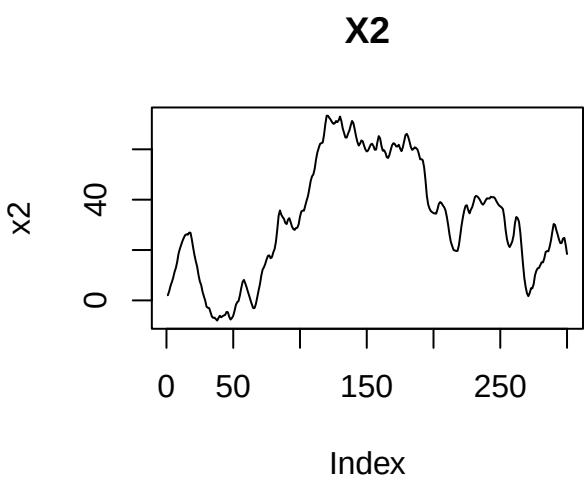
$$y_t = 0.7y_{t-1} - 0.49y_{t-2} + \varepsilon_t$$

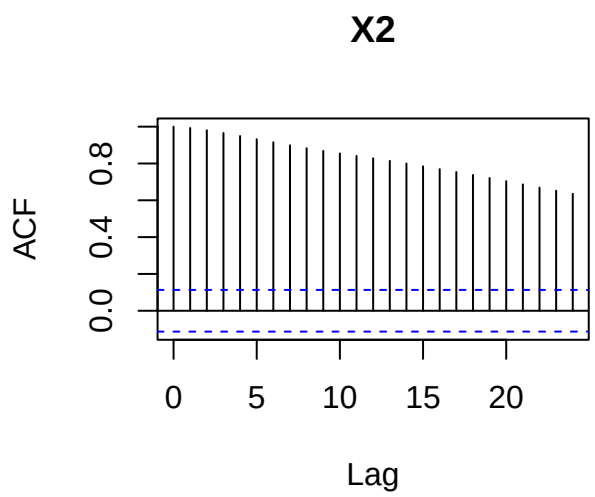
$$y_t = 0.8y_{t-1} + \varepsilon_t$$

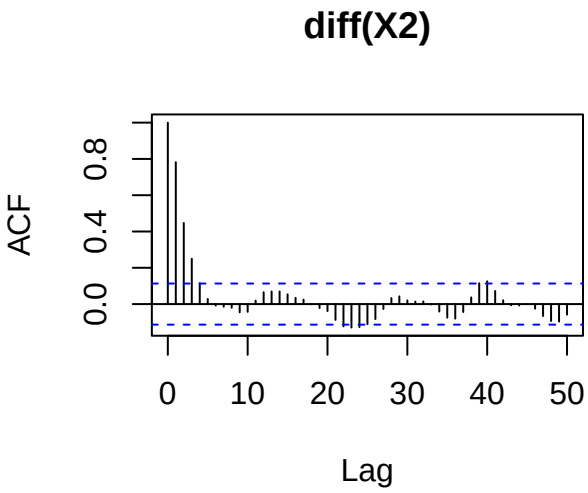
Exercice 4

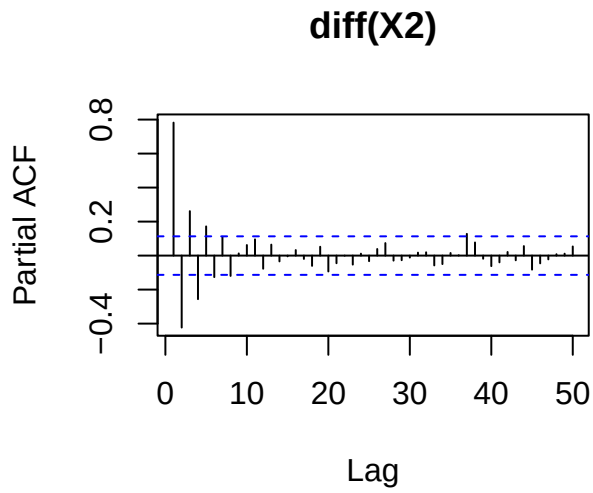
Un statisticien étudie un jeux de données composé de 4 séries temporelles pour lesquelles il a représenté/calculé les statistiques suivantes:

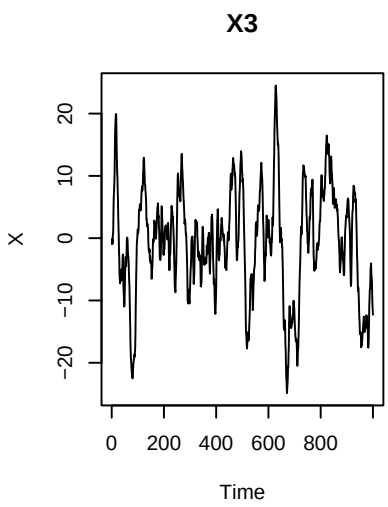


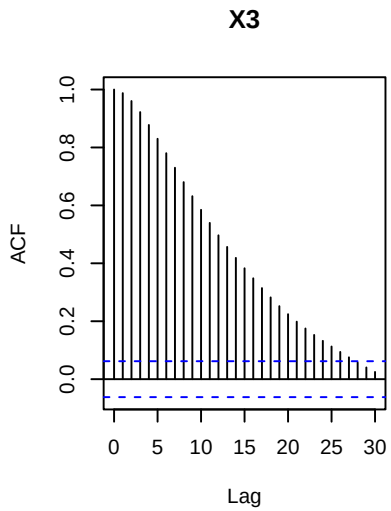


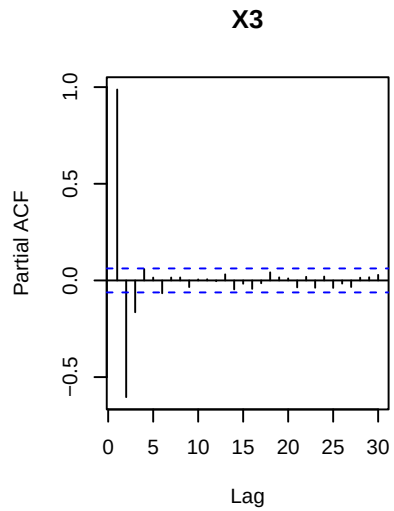


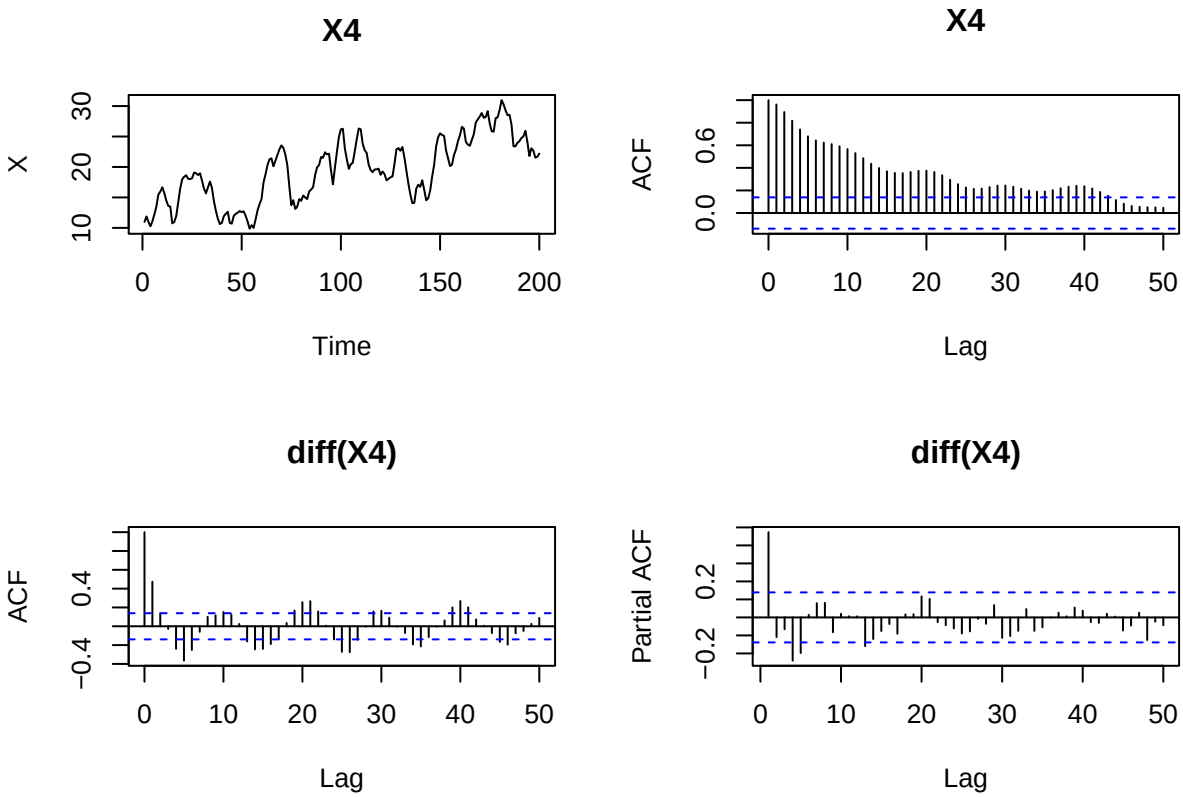

diff(X2)
ACF
0.0
0.4
0.8
0
10
20
30
40
50
Lag


diff(X2)
Partial ACF
−0.4
0.2
0.8
0
10
20
30
40
50
Lag


X3
X
−20
−10
0
10
20
0
200
400
600
800
Time


X3
ACF
0.0
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0
0
5
10
15
20
25
30
Lag


X3
Partial ACF
−0.5
0.0
0.5
1.0
0
5
10
15
20
25
30
Lag



1. Proposer une démarche de modélisation pour chacune de ces séries, justifier.
2. Notre statisticien s'intéresse ensuite à une autre série $X5_t$. Il propose de la modéliser par un ARMA et cherche ensuite à valider son modèle. Il obtient les sorties suivantes, à quoi correspond la ligne "s.e"? Comment est calculée la p-value du test de student de nullité de chacun des coefficients? A quoi correspond AIC?

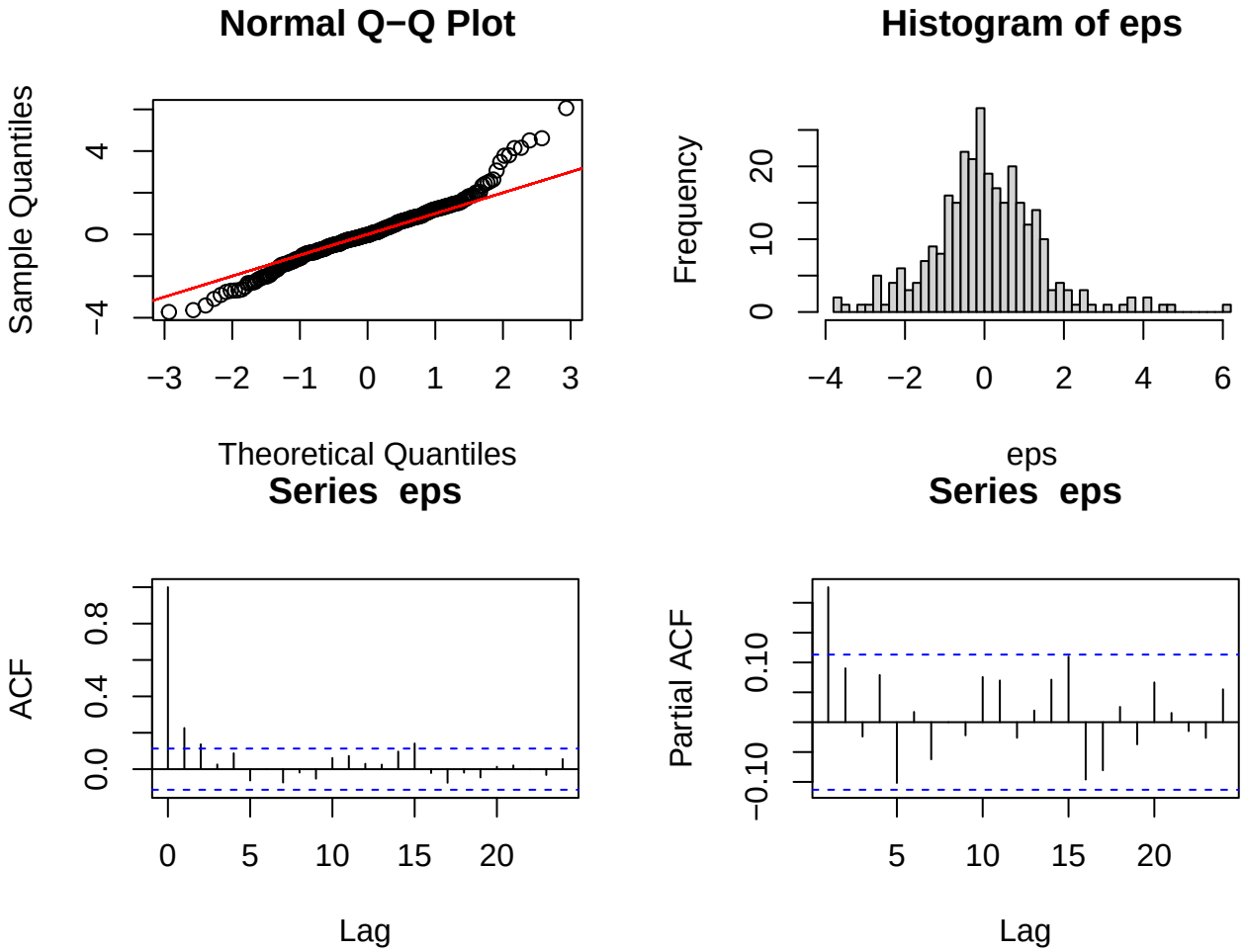
```
##
## Call:
## arima(x = X5, order = c(3, 0, 4), include.mean = F, method = c("ML"))
##
## Coefficients:
##          ar1      ar2     ar3     ma1     ma2     ma3      ma4
##       0.6221  -0.9286  0.2128  0.2669  0.3883  0.4204  -0.2087
## s.e.  0.6855   0.3011  0.6282  0.6804  0.3470  0.3937   0.4591
##
## sigma^2 estimated as 5.381:  log likelihood = -678.86,  aic = 1373.73
```

```
## pvalue student-test:
```

```
##  ar1  ar2  ar3  ma1  ma2  ma3  ma4
## 0.36 0.00 0.73 0.69 0.26 0.29 0.65
```

3. Au vu de ces résultats que doit faire notre statisticien?
4. Il s'intéresse ensuite à une série $X6_t$ et effectue un test de Box-Pierce d'ordre 20 sur $X6_t$. Il obtient le résultat suivant:

```
##  lags statistic df    p-value
##    20  35.67892 20 0.01677255
```

à quoi correspond "df"? Quelle est la conclusion de ce test?

5. Un de ces collègues cherche à diagnostiquer un modèle de prévision qu'il a conçut. Il étudie les résidus d'apprentissage de son modèle (un ARIMA Gaussien). Que doit il dire à son collègue?